Capitolo 3

Calcoli numerici

3-1 Prima di eseguire un calcolo

Quanto segue è la descrizione delle voci che sono disponibili nei menu usati per eseguire calcoli di risoluzione, calcoli di differenziali/differenziali quadratici, calcoli di integrazioni, calcoli di valore massimo/minimo e calcoli Σ.

Pag. 27

Quando il menu delle opzioni è visualizzato sul display, premere F4 (CALC) per visualizzare il menu di analisi funzionale. Le voci di questo menu servono per eseguire tipi di calcoli specifici.

- {**Solve**}/{d/dx}/{d^2/dx^2}/{$\int dx$} ... Calcoli di {risoluzione}/{differenziali}/{differenziali quadratici}/{integrazioni}
- {**FMin**}/{**FMax**}/{**Σ(**} ... Calcoli di {valore minimo}/{valore massimo}/{Σ (sigma)}

Calcoli di risoluzione

La seguente è la sintassi per l'uso della funzione di risoluzione in un programma.

Solve ($f(x)$, n, a, b)

Limite superiore (b)
Limite inferiore (a)
Valore stimato iniziale (n)

- Sono disponibili due diversi metodi di introduzione utilizzabili per i calcoli di risoluzione: assegnazione diretta e introduzione mediante la tabella delle variabili.

Pag. 394

Con il metodo di assegnazione diretta (quello descritto qui), si assegnano direttamente dei valori alle variabili. Questo tipo di introduzione è identico a quello usato con il comando Solve usato nel modo PRGM.

Pag. 107

L'introduzione mediante la tabella delle variabili è usato con la funzione di risoluzione nel modo EQUA. Si consiglia di usare questo metodo di introduzione per la maggior parte delle normali introduzioni per la funzione di risoluzione.

3-2 Calcoli di differenziali

Per eseguire calcoli di differenziali, innanzitutto visualizzare il menu di analisi funzionale e quindi introdurre i valori mostrati nella formula sottostante.

F2 $(d/dx)\ f(x)$, a , $\varDelta x$)

Aumento/diminuzione di x

Punto per il quale si desidera determinare la derivata

$$d/dx\ (f(x), a, \varDelta x) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(a)$$

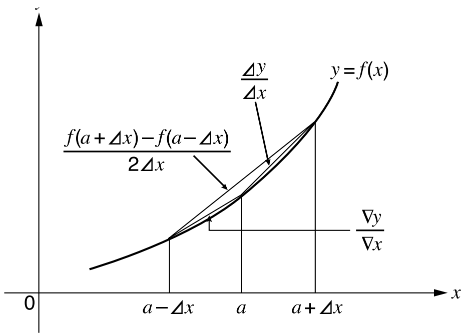
La differenziazione per questo tipo di calcolo è definita come:

$$f'(a) = \lim_{\varDelta x \to 0} \frac{f(a + \varDelta x) - f(a)}{\varDelta x}$$

In questa definizione, l'*infinitesimale* viene sostituito da un *sufficientemente piccolo* $\varDelta x$, con il valore intorno a $f'(a)$ calcolato come:

$$f'(a) \fallingdotseq \frac{f(a + \varDelta x) - f(a)}{\varDelta x}$$

Allo scopo di fornire la maggiore precisione possibile, questa unità impiega la differenza centrale per eseguire calcoli di differenziali. Quanto segue illustra la differenza centrale.



Le pendenze del punto a e del punto $a + \varDelta x$, e del punto a e del punto $a - \varDelta x$ nella funzione $y = f(x)$ sono come segue:

$$\frac{f(a + \varDelta x) - f(a)}{\varDelta x} = \frac{\varDelta y}{\varDelta x}\ ,\ \frac{f(a) - f(a - \varDelta x)}{\varDelta x} = \frac{\nabla y}{\nabla x}$$

Nel calcolo qui sopra, $\varDelta y/\varDelta x$ viene chiamata differenza in avanti, mentre $\nabla y/\nabla x$ è la differenza all'indietro. Per calcolare le derivate, l'unità prende la media fra il valore di $\varDelta y/\varDelta x$ e $\nabla y/\nabla x$, assicurando così una precisione maggiore per le derivate.

Questa media, che è chiamata *differenza centrale*, viene espressa come:

$$f'(a) = \frac{1}{2}\left(\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}+\frac{f(a)-f(a-\Delta x)}{\Delta x}\right)$$

$$= \frac{f(a+\Delta x)-f(a-\Delta x)}{2\Delta x}$$

●Per eseguire un calcolo di differenziale

Esempio **Per determinare la derivata nel punto $x = 3$ per la funzione $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$, quando l'aumento/diminuzione di x è definito come $\Delta x = 1_E - 5$**

Introdurre la funzione $f(x)$.

[AC] [OPTN] [F4] (CALC) [F2] (d/dx) [X,θ,T] [^] [3] [+] [4] [X,θ,T] [x^2] [+] [X,θ,T] [−] [6] [,]

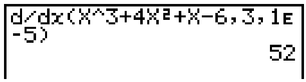
Introdurre il punto $x = a$ per il quale si desidera determinare la derivata.

[3] [,]

Introdurre Δx, che è l'aumento/diminuzione di x.

[1] [EXP] [(−)] [5] [)]

[EXE]



- Nella funzione $f(x)$, solo X può essere usata come una variabile nelle espressioni. Le altre variabili (da A a Z, r, θ) vengono considerate come costanti, e il valore attualmente assegnato a quella variabile viene applicato durante il calcolo.
- L'introduzione di Δx e delle parentesi di chiusura può essere omessa. Se si omette Δx, la calcolatrice utilizza automaticamente un valore per Δx appropriato per il valore della derivata che si sta tentando di determinare.
- Punti o sezioni discontinui con drastiche variazioni possono influenzare negativamente la precisione o persino causare un errore.

Applicazioni dei calcoli di differenziali

- I differenziali possono essere addizionati a, sottratti da, moltiplicati per o divisi per altri differenziali.

$$\frac{d}{dx} f(a) = f'(a), \quad \frac{d}{dx} g(a) = g'(a)$$

Pertanto:

$$f'(a) + g'(a), \; f'(a) \times g'(a), \text{ ecc.}$$

- I risultati dei differenziali possono essere usati in addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni, e in funzioni.

$$2 \times f'(a), \; \log(f'(a)), \text{ ecc.}$$

- Le funzioni possono essere usate in uno qualsiasi dei termini ($f(x)$, a, Δx) di un differenziale.

$$\frac{d}{dx}(\sin x + \cos x, \sin 0{,}5), \text{ ecc.}$$

- Notare che non è possibile usare un’espressione di calcolo di risoluzione, differenziali, differenziali quadratici, integrazioni, valore massimo/minimo o Σ all’interno di un termine di un calcolo di differenziali.

- La pressione di $\boxed{AC}$ durante il calcolo di un differenziale (mentre il cursore non è visualizzato sul display) interrompe il calcolo.
- Usare sempre i radianti (modo Rad) come unità di misura angolare quando si eseguono i differenziali trigonometrici.

3-3 Calcoli di differenziali quadratici

[OPTN]-[CALC]-[d^2/dx^2]

Dopo aver visualizzato il menu di analisi funzionale, è possibile introdurre differenziali quadratici usando uno dei due formati seguenti.

F3 (d^2/dx^2) $f(x)$, a , n)

- n: *Confine finale (n = da 1 a 15)*
- a: *Punto della derivata*

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x), a, n) \Rightarrow \frac{d^2}{dx^2} f(a)$$

I calcoli di differenziali quadratici producono un valore di differenziale approssimato usando la seguente formula di differenziali del secondo ordine, che è basata sull'interpretazione dei polinomi di Newton.

$$f''(x) = \frac{-f(x-2h) + 16f(x-h) - 30f(x) + 16f(x+h) - f(x+2h)}{12h^2}$$

In questa espressione, i valori per "incrementi sufficientemente piccoli di x" vengono calcolati sequenzialmente usando la seguente formula, con il valore di m sostituito da m = 1, 2, 3 e così via.

$$h = \frac{1}{5^m}$$

Il calcolo è completo quando il valore di $f''(x)$ basato sul valore di h calcolato usando l'ultimo valore di m, e il valore di $f''(x)$ basato sul valore di h calcolato usando il valore attuale di m sono identici prima che la cifra n superiore venga raggiunta.

- Normalmente, non bisogna introdurre un valore per n. Si consiglia di introdurre un valore per n soltanto quando ciò è necessario per la precisione del calcolo.
- L'introduzione di un valore maggiore per n non produce necessariamente una maggiore precisione.

●Per eseguire un calcolo di differenziale quadratico

Esempio **Per determinare la derivata quadratica nel punto in cui $x = 3$ per la funzione $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$**
In questo caso usiamo un valore di confine finale di $n = 6$.

Introdurre la funzione $f(x)$.

AC OPTN F4 (CALC) F3 (d^2/dx^2) X,θ,T ^ 3 +
4 X,θ,T x^2 + X,θ,T − 6 ,

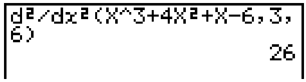
Introdurre 3 come punto a, che è il punto della derivata.

[3] [,]

Introdurre 6 come n, che è il confine finale.

[6] [)]

[EXE]



- Nella funzione $f(x)$, solo X può essere usata come una variabile nelle espressioni. Le altre variabili (da A a Z, r, θ) vengono considerate come costanti, e il valore attualmente assegnato a quella variabile viene applicato durante il calcolo.
- L'introduzione del valore del confine finale n e delle parentesi di chiusura può essere omessa.
- Punti o sezioni discontinui con drastiche variazioni possono influenzare negativamente la precisione o persino causare un errore.

■ Applicazioni dei calcoli di differenziali quadratici

- Le operazioni aritmetiche possono essere eseguite usando due differenziali quadratici.

$$\frac{d^2}{dx^2} f(a) = f''(a), \quad \frac{d^2}{dx^2} g(a) = g''(a)$$

Pertanto:

$$f''(a) + g''(a), \; f''(a) \times g''(a), \text{ ecc.}$$

- Il risultato di un calcolo di differenziale quadratico può essere usato in un calcolo aritmetico o di funzione successivo.

$$2 \times f''(a), \;\; \log(f''(a)), \text{ ecc.}$$

- Le funzioni possono essere usate nei termini ($f(x)$, a, n) di un'espressione con differenziali quadratici.

$$\frac{d^2}{dx^2} (\sin x + \cos x, \sin 0{,}5), \text{ ecc.}$$

- Notare che non è possibile usare un'espressione di calcolo di risoluzione, differenziali, differenziali quadratici, integrazioni, valore massimo/minimo o Σ all'interno di un termine di un calcolo di differenziali quadratici.

- Usare solo numeri interi all'interno della gamma compresa fra 1 e 15 per il valore del confine finale n. L'uso di un valore al di fuori di questa gamma produce un errore.
- È possibile interrompere un calcolo di differenziale quadratico in corso premendo il tasto [AC] .
- Specificare sempre i radianti (modo Rad) come unità di misura angolare quando si eseguono calcoli di differenziali quadratici trigonometrici.

3-4 Calcoli di integrazioni **[OPTN]-[CALC]-[∫dx]**

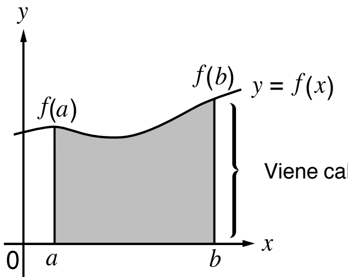
Per eseguire calcoli di integrazioni, innanzitutto visualizzare il menu di analisi funzionale e quindi introdurre i valori mostrati in una delle formule sottostanti.

Regola di Gauss-Kronrod

[F4] (∫dx) $f(x)$ [,] a [,] b [,] tol [)]

- tol: *Tolleranza*
- b: *Punto di fine*
- a: *Punto di inizio*

$$\int(f(x),\ a,\ b,\ tol) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx$$



Viene calcolata l'area di $\int_a^b f(x)dx$

Regola di Simpson

[F4] (∫dx) $f(x)$ [,] a [,] b [,] n [)]

- n: *Numero di divisioni (valore per n in $N = 2^n$, n è un numero intero compreso fra 1 e 9)*
- b: *Punto di fine*
- a: *Punto di inizio*

$$\int(f(x),\ a,\ b,\ n) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx,\ N = 2^n$$

Come mostrato nell'illustrazione qui sopra, i calcoli di integrazioni vengono eseguiti calcolando valori integrali da a a b per la funzione $y = f(x)$ in cui $a \leqq x \leqq b$, e $f(x) \geqq 0$*. Questo in effetti calcola l'area della parte ombreggiata dell'illustrazione.

* Quando $f(x) < 0$ per $a \leqq x \leqq b$, il calcolo dell'area della parte ombreggiata produce valori negativi (area sotto l'asse x).

■ Cambiamento dei metodi di calcolo delle integrazioni

Pag. 6

Questa calcolatrice può utilizzare sia la regola di Gauss-Kronrod che la regola di Simpson per eseguire i calcoli di integrazioni. Per scegliere un metodo, visualizzare lo schermo di impostazione e scegliere "**Gaus**" (per la regola di Gauss-Kronrod) o "**Simp**" (per la regola di Simpson) per la voce Integration.

Tutte le spiegazioni in questo manuale utilizzano la regola di Gauss-Kronrod.

•Per eseguire un calcolo di integrazione

Esempio **Per eseguire il calcolo di integrazione per la funzione mostrata qui sotto, con una tolleranza di "tol" = 1E - 4**

$$\int_1^5 (2x^2 + 3x + 4)\, dx$$

Introdurre la funzione $f(x)$.

[AC] [OPTN] [F4] (CALC) [F4] ($\int dx$) [2] [X,θ,T] [x^2] [+] [3] [X,θ,T] [+] [4] [,]

Introdurre il punto di inizio e quello di fine.

[1] [,] [5] [,]

Introdurre il valore di tolleranza.

[1] [EXP] [(−)] [4] [)] [EXE]

```
∫(2X²+3X+4,1,5,1E-4)
             134.6666667
```

- Nella funzione $f(x)$, solo X può essere usata come una variabile nelle espressioni. Le altre variabili (da A a Z, r, θ) vengono considerate come costanti, e il valore attualmente assegnato a quella variabile viene applicato durante il calcolo.
- L'introduzione di "tol" nella regola di Gauss-Kronrod, di "n" nella regola di Simpson e delle parentesi di chiusura con entrambe le regole possono essere omesse. Se si omette "tol", la calcolatrice usa automaticamente un valore di 1E - 5. Nel caso di "n", la calcolatrice sceglie automaticamente il valore più appropriato.
- I calcoli di integrazioni possono impiegare molto tempo per essere completati.

■ Applicazioni dei calcoli di integrazioni

- Gli integrali possono essere usati in addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni o divisioni.

$$\int_a^b f(x)\, dx + \int_c^d g(x)\, dx, \text{ ecc.}$$

- I risultati delle integrazioni possono essere usati in addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni o divisioni, e in funzioni.

$$2 \times \int_a^b f(x)\, dx, \text{ ecc.} \quad \log \left(\int_a^b f(x)\, dx\right), \text{ ecc.}$$

- Le funzioni possono essere usate in uno qualsiasi dei termini ($f(x)$, a, b, n) di un integrale.

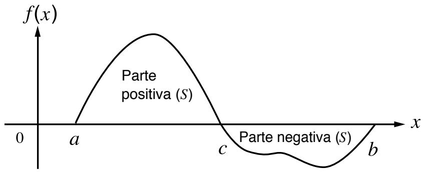
$$\int_{\sin 0{,}5}^{\cos 0{,}5} (\sin x + \cos x)\, dx = \int(\sin x + \cos x, \sin 0{,}5, \cos 0{,}5, 5)$$

- Notare che non è possibile usare un'espressione di calcolo di risoluzione, differenziali, differenziali quadratici, integrazioni, valore massimo/minimo o Σ all'interno di un termine di un calcolo di integrazioni.

- La pressione di AC durante il calcolo di un integrale (mentre il cursore non è visualizzato sul display) interrompe il calcolo.
- Usare sempre i radianti (modo Rad) come unità di misura angolare quando si eseguono le integrazioni trigonometriche.
- Fattori come il tipo di funzione utilizzata, valori positivi e negativi in divisioni, e la divisione in cui si sta eseguendo l'integrazione possono causare un notevole errore nei valori di integrazione e risultati di calcolo errati.

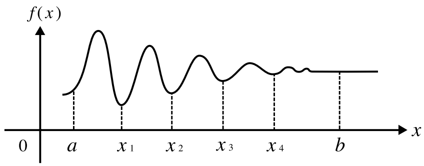
Tenere presente i seguenti punti per essere sicuri di ottenere valori di integrazione corretti.

(1) Quando le funzioni cicliche per i valori di integrazione divengono positive o negative per divisioni differenti, eseguire il calcolo in cicli singoli o dividere elementi positivi da elementi negativi, sommando quindi i risultati.



$$\int_a^b f(x)dx = \underbrace{\int_a^c f(x)dx}_{\textit{Parte positiva (S)}} + \underbrace{\left(-\int_c^b f(x)dx\right)}_{\textit{Parte negativa (S)}}$$

(2) Quando piccole variazioni nelle divisioni dell'integrazione producono grandi variazioni nei valori di integrazione, calcolare separatamente le divisioni dell'integrazione (dividendo le aree di grande variazione in divisioni più piccole) e quindi sommare i risultati fra loro.



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{x_1} f(x)dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + \ldots.. + \int_{x_4}^{b} f(x)dx$$

3-5 Calcoli di valore massimo/minimo

[OPTN]-[CALC]-[FMin]/[FMax]

Dopo aver visualizzato il menu di analisi funzionale, è possibile introdurre calcoli di valore massimo/minimo usando i formati sottostanti, e risolvere il massimo e il minimo di una funzione all'interno dell'intervallo $a \leqq x \leqq b$.

•Valore minimo

F6 (▷) F1 (FMin) $f(x)$, a , b , n)

Precisione (n = da 1 a 9)
Punto finale dell'intervallo
Punto iniziale dell'intervallo

•Valore massimo

F6 (▷) F2 (FMax) $f(x)$, a , b , n)

Precisione (n = da 1 a 9)
Punto finale dell'intervallo
Punto iniziale dell'intervallo

•Per eseguire calcoli di valore massimo/minimo

Esempio 1 **Per determinare il valore minimo per l'intervallo definito dal punto iniziale a = 0 e dal punto finale b = 3, con una precisione di n = 6 per la funzione $y = x^2 - 4x + 9$**

Introdurre $f(x)$.

AC OPTN F4 (CALC) F6 (▷) F1 (FMin) X,θ,T x^2 − 4 X,θ,T + 9 ,

Introdurre l'intervallo a = 0, b = 3.

0 , 3 ,

Introdurre la precisione n = 6.

6)

EXE

Esempio 2 **Per determinare il valore massimo per l'intervallo definito dal punto iniziale a = 0 e dal punto finale b = 3, con una precisione di n = 6 per la funzione $y = -x^2 + 2x + 2$**

Introdurre $f(x)$.

[AC] [OPTN] [F4](CALC) [F6](▷) [F2](FMax) [(–)] [X,θ,T] [x^2] [+] [2] [X,θ,T] [+] [2] [,]

Introdurre l'intervallo a = 0, b = 3.

[0] [,] [3] [,]

Introdurre la precisione n = 6.

[6] [)]

[EXE]

- Nella funzione $f(x)$, solo X può essere usata come una variabile nelle espressioni. Le altre variabili (da A a Z, r, θ) vengono considerate come costanti, e il valore attualmente assegnato a quella variabile viene applicato durante il calcolo.
- L'introduzione di n e delle parentesi di chiusura dopo il valore della precisione può essere omessa.
- Punti o sezioni discontinui con drastiche variazioni possono influenzare negativamente la precisione o persino causare un errore.
- Notare che non è possibile usare un'espressione di calcolo di risoluzione, differenziali, differenziali quadratici, integrazioni, valore massimo/minimo o Σ all'interno di un termine di un calcolo di valore massimo/minimo.
- L'introduzione di un valore più grande per n aumenta la precisione del calcolo, ma fa anche aumentare il lasso di tempo necessario per eseguire il calcolo.

- Il valore introdotto per il punto finale dell'intervallo (b) deve essere maggiore del valore introdotto per il punto iniziale (a), altrimenti sarà generato un errore.
- È possibile interrompere un calcolo di valore massimo/minimo in corso premendo il tasto [AC] .
- È possibile introdurre un numero intero compreso nella gamma da 1 a 9 per il valore di n. L'uso di un qualsiasi valore al di fuori di questa gamma causa un errore.

3-6 Calcoli di sommatoria (Σ)

Per eseguire calcoli Σ, innanzitutto visualizzare il menu di analisi funzionale e quindi introdurre i valori mostrati nella formula sottostante.

[F6] (▷) [F3] (Σ() a_k [,] k [,] α [,] β [,] n [)]

Distanza fra le partizioni (n)

Ultimo termine della successione a_k (β)

Termine iniziale della successione a_k (α)

Variabile usata dalla successione a_k (k)

$$\sum (a_k, k, \alpha, \beta, n) \Rightarrow \sum_{k=\alpha}^{\beta} a_k$$

Il calcolo Σ è il calcolo della somma parziale della successione a_k, usando la seguente formula:

$$S = a_\alpha + a_{\alpha+1} + \ldots\ldots + a_\beta = \sum_{k=\alpha}^{\beta} a_k$$

■ Esempio di calcolo Σ

Esempio **Per calcolare quanto segue:**

$$\sum_{k=2}^{6} (k^2 - 3k + 5)$$

Usare n = 1 come distanza fra le partizioni.

Introdurre la successione a_k.

[AC] [OPTN] [F4] (CALC) [F6] (▷) [F3] (Σ() [ALPHA] [K] [x²] [−] [3] [ALPHA] [K] [+] [5] [,]

Introdurre la variabile usata dalla successione a_k.

[ALPHA] [K] [,]

Introdurre il termine iniziale della successione a_k e l'ultimo termine della successione a_k.

[2] [,] [6] [,]

Introdurre n.

[1] [)]

[EXE]

```
Σ(K²-3K+5,K,2,6,1)
                55
```

- È possibile usare solo una variabile nella funzione per introdurre la successione a_k.
- Introdurre solo numeri interi per il termine iniziale della successione a_k e l'ultimo termine della successione a_k.
- L'introduzione di n e delle parentesi di chiusura può essere omessa. Se si omette n, la calcolatrice utilizza automaticamente n = 1.

Applicazioni dei calcoli Σ

- Operazioni aritmetiche con espressioni con calcoli Σ

Espressioni: $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k,\ T_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$

Operazioni possibili: $S_n + T_n,\ S_n - T_n$, ecc.

- Operazioni aritmetiche e di funzioni con risultati di calcoli Σ

$2 \times S_n$, $\log(S_n)$, ecc.

- Operazioni di funzioni con termini di calcoli Σ (a_k, k)

$\Sigma(\sin k, k, 1, 5)$, ecc.

- Notare che non è possibile usare un'espressione di calcolo di risoluzione, differenziali, differenziali quadratici, integrazioni, valore massimo/minimo o Σ all'interno di un termine di un calcolo Σ.

- Accertarsi che il valore usato come termine finale β sia maggiore del valore usato come termine iniziale α, altrimenti sarà generato un errore.
- Per interrompere un calcolo Σ in corso di svolgimento (condizione indicata dall'assenza del cursore sul display), premere il tasto AC.